

## 11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskorán egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria.

Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

**A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 248 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 44 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.**

### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám	11. évfolyam	12. évfolyam
Halmazok, matematikai logika	6	6	0
Kombinatorika, gráfok	13	13	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	14	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	16	16	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	18	18	0

<b>Sorozatok</b>	26	0	26
<b>Trigonometria</b>	17	17	0
<b>Térgeometria</b>	32	0	32
<b>Koordinátageometria</b>	20	20	0
<b>Leíró statisztika</b>	12	12	0
<b>Valószínűség-számítás</b>	26	20	6
<b>Rendszerező összefoglalás</b>	48	0	48
<b>Összes óraszám:</b>	248	136	112

## **TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 6+0=6 óra**

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

### FOGALMAK

logikai műveletek

### Javasolt tevékenységek

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## **TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 13+0=13 óra**

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

Középiskola – alap óraszám  
Hat évfolyamos képzés

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

#### FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

#### Javasolt tevékenységek

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátéka, a tapasztalatok összegyűjtése

- 
- Kombinatorika feladatok megoldása komplementer esetek meghatározásának segítségével

### **TÉMAKÖR: SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK ÉPÜLÉSE**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 14+0=14 óra**

#### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)

Középiskola – alap óraszám  
Hat évfolyamos képzés

- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

### FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

### Javasolt tevékenységek

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

- 
- $\sqrt{2}$  irracionálisának bizonyítása
  - $\sqrt{n}$  hosszúságú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása
    - *Matematikatörténet:* Neumann János.
    - *Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.

### TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16+0=16 óra

#### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén

Középiskola – alap óraszám  
Hat évfolyamos képzés

- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

### FOGALMAK

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

### Javasolt tevékenységek

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
  - Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
  - Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
  - Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
  - 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- 
- A logaritmus azonosságai
  - A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
  - Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása
  - Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet a számok szorzását számok összeadására visszavezetni
  - Matematikatörténeti érdekességek: logaritmus-táblázat, logarléc használata
  - Kémia, biológia: pH-érték számítás

### TÉMAKÖR: EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18+0=18 óra

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban

Középiskola – alap óraszám  
Hat évfolyamos képzés

- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

### Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

### TÉMAKÖR: Sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM:  $0+26=2$  óra

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 12. évfolyam végére:**

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása

Középiskola – alap óraszám  
Hat évfolyamos képzés

- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

### FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

### Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktablára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

## TÉMAKÖR: Trigonometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20+0=20 óra

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

### FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

### Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

- 
- $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$  értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
  - Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, jellemzése, egyszerű transzformációk végrehajtása
  - Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
  - Fizika: a szögfüggvények szerepe a harmonikus rezgőmozgást jellemző fizikai mennyiségek vizsgálatában

### TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM:  $0+32=32$  óra

#### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 12. évfolyam végére:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, úrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben



- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

### FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

### Javasolt tevékenységek

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

### TÉMAKÖR: Koordinátageometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24+0=24 óra

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;

- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszflezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

#### FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

#### Javasolt tevékenységek

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

- 
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
  - Irányvektor, normálvektor fogalma
  - Egyenes irányvektoros és normálvektoros egyenletének ismerete, alkalmazása
  - Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
  - Kör adott pontjába húzható érintőjének egyenlete
  - Hétköznapi problémák, mozgásokkal, térképekkel kapcsolatos feladatok megoldása koordináta-geometriai eszközökkel
  - Fizika: skaláris szorzat megjelenése fizikai mennyiségek definíciójában

## **TÉMAKÖR: Leíró statisztika**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 16+0=16 óra**

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

### FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

### Javasolt tevékenységek

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

- 
- Oszlop- és kördiagram rajzolása kézzel és számítógéppel

## **TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 14+12=26 óra**

### Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló a 11. évfolyam végére:**

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;

**a 12. évfolyam végére:**

- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

**Fejlesztési feladatok és ismeretek**

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

**FOGALMAK**

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

**Javasolt tevékenységek**

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése