

# Arany János Tehetséggondozó Program matematikaversenye 2022

## 10. évfolyam

1. Mely valós számok teszik igazzá az alábbi egyenlőséget:

$$\sqrt{2x+1} = x-1$$

8 pont

2. Két jármű -  $v_1$  illetve  $v_2$  sebességgel – az  $A$  és  $B$  helységek között oda – vissza mozog. Egyszerre indulnak  $A$  –ból illetve  $B$  –ből egymással szembe. Mennyi idő múlva találkoznak másodszor pontosan az út felénél, ha  $AB = 150 \text{ km}$ ,  $v_1 = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $v_2 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

8 pont

3. Az  $ABC$  hegyesszögű háromszög  $C$  csúcsából induló magasságát felosztjuk öt egyenlő részre és az osztópontokon keresztül párhuzamosakat rajzolunk az  $AB$  oldallal. A háromszögnek a harmadik és a negyedik osztópontokon át rajzolt párhuzamosok közé eső részének a területe  $42 \text{ cm}^2$ .

Mekkora az  $ABC$  háromszög területe?

10 pont

4. A háromjegyű pozitív számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám

a) pozitív osztóinak száma páratlan?

6 pont

b) a 3 és a 7 közül pontosan az egyikkel osztható?

6 pont

{A valószínűség a kedvező és az összes esetek számának az aránya.}

5. a) Mely  $n$  egész számok esetén lesz a  $\frac{2n-3}{n+2}$  tört értéke egész szám?

4 pont

b) Oldd meg a következő egyenletet, ha  $x$  és  $y$  egész számok

$$2xy - 3x - 3y + 1 = 0$$

8 pont

6. Az  $ABCD$  négyzet  $AB$  oldalán befelé megrajzoljuk az  $AB$  átmérőjű félkört, majd ehhez  $C$  –ből –  $CB$  –től eltérő – érintőt. Ennek az érintőnek az  $AD$  oldallal való metszéspontját jelölje  $E$ . Mekkora az  $EDC$  háromszögbe írt kör sugara, ha a négyzet oldala  $10 \text{ cm}$ ?

10 pont

7. A táblára felírtuk a pozitív egész számokat  $1$  – től kezdődően  $2022$  – vel befejezve. Ezután bármely két szám –  $a$  és  $b$  – letörölhető, s helyettük az  $ab - 3a - 3b + 12$  számot kell visszaírni. A  $2021$ . lépés után mely szám maradt a táblán?

10 pont